الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2016

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

f الدالة العددية للمتغيّر الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{x}+2e^{-x}-3$.

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
1	حلّي المعادلة $f(x)=0$ هما	0 و $\ln 2$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 3$
2	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	$-\infty$	$+\infty$	-3
3	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2};+\infty\right[$ الدالة f	متزايدة تماما	متناقصة تماما	ليست رتيبة
4	m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;2]$، مدوّر m إلى الوحدة هو :	1	2	-1

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $V_0=18$ والعلاقة: $V_0+V_1+V_2=38$.

1/ بيّن أنّ أساس المتتالية (V_n) هو $q=\frac{2}{3}$.

2/ أ) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (V_n).

جـ) احسب نهاية (V_n).

3/ نضع $S_n=V_0+V_1+...+V_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب) جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n=\frac{3510}{81}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 500تلميذ في إحدى الثانويات.

التلميذ	ذكور	إناث
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي H الحادثة: " التلميذ المختار ذكرا "، F الحادثة: "التلميذ المختار أنثى " ، S الحادثة: "التلميذ يملك هاتفا نقالا " ، $\overline{S}$ الحادثة: "التلميذ لا يملك هاتفا نقالا ".

1) شكّل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة.

2) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) التلميذ المختار أنثى وتملك هاتفا نقالا.

ب) التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا.

3) نفرض أنّ التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا. ما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

التمرين الرابع: (07,5 نقطة)

I) g دالة عددية معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=ax+b+\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1) عيّن a و b بحيث: $g(1)=2$ و $g'(2)=\frac{3}{2}$.

2) نضع : $g(x)=x+1+\ln x$.

أ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2<\alpha<0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

2) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (يُعطى : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} x\ln x=0$).

3) تحقق أنّ: $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثمّ ارسم (C_f) على المجال $]0;5]$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الجدول التالي يبيّن كمية الإنتاج السنوي بآلاف الأطنان من البطاطا لتعاونية فلاحية ما بين سنتي 2010 و 2015.

السنـة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنـة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية المنتوج بآلاف الأطنان y_i	25	30	33	42	48	55

1) مثّل سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد و ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثّل سنة واحدة و على محور التراتيب كل $1cm$ يمثّل 10آلاف طن.

2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علّمها.

3) أ- اكتب معادلة من الشكل $y = ax + b$ لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.(تُدوّر a و b إلى 10^{-2}).

ب- أنشئ المستقيم (Δ).

4) باستعمال هذا التعديل:

أ- احسب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020.

ب- في أيّ سنة يتجاوز الإنتاج 120ألف طن ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{4}{7}U_n + \frac{3}{7}$.

1) احسب الحدّين U_1 و U_2.

2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n > 1$.

ب- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

جـ- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (U_n)؟

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = U_n - 1$.

أ- بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية مُعيّنا أساسها و حدّها الأوّل.

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $U_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

جـ- احسب نهاية (U_n).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث وجهات A، B و C.

20% من الزبائن اختاروا الوجهة A ، 50% اختاروا الوجهة B والباقي اختار الوجهة C.

عند العودة من السفر أجرت الوكالة استجوابا لزبائنها حول مدى إعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:

50% من أصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.

30% من أصحاب الوجهة B كانوا غير معجبين بها.

80% من أصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.

نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:

S : الزبون معجب بالوجهة المختارة

و $\overline{S}$: الزبون غير معجب بالوجهة المختارة.

1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة.

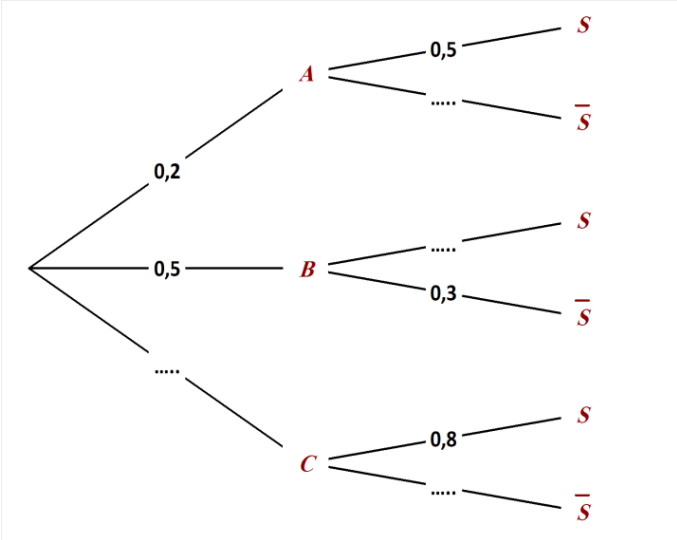
2) أ- احسب احتمالات الحوادث الآتية:

$A\cap S$ ، $B\cap S$ و $C\cap S$.

ب- استنتج احتمال أن يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة.

3) نستجوب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة،

ما احتمال أن يكون من أصحاب الوجهة B ؟



<u>التمرين الرابع</u>: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-4+2x(1+\ln x)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. (تُعطى: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x\ln x=0$).

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $1,4<\alpha<1,5$.

4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x-4)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب- أنشئ (T) و (C_f). (تعطى : $f(\alpha)\approx-0,41$).

5) نعتبر الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=(x^2-4x)\ln x-\frac{1}{2}x^2+4x$

أ- بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

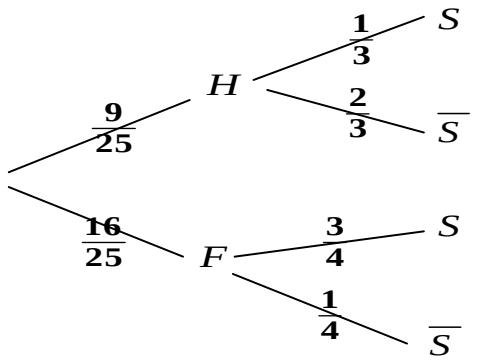
ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

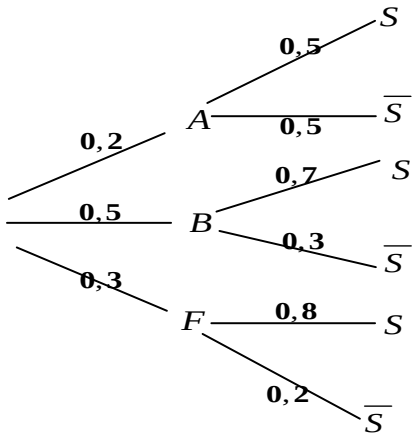
انتهى الموضوع الثاني

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان: شهادة البكالوريا — الشعبة: ...تسيير واقتصاد

اختبار مادة: ..الرياضيات — دورة: 2016

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		04
1 / الاقتراح الأول الإجابة أ/ مع التبرير	01	
2/ الاقتراح الثاني الإجابة ب/ مع التبرير	01	
3/ الاقتراح الثالث الإجابة أ/ مع التبرير	01	
4/ الاقتراح الرابع الإجابة أ/ مع التبرير	01	
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		04,5
1/ إثبات أنّ أساس المتتالية $q=\frac{2}{3}$ (نحل للمعادلة $q^2+q-\frac{10}{9}=0$ و $q>0$).	01	
2/أ) عبارة الحد العام $V_n=18\left(\frac{2}{3}\right)^n$.	0,50	
ب) (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	0,50	
جـ/ $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n=0$	0,50	
3/ أ) $S_n=54\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ استنتاج أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=54$.	01	
ب) $S_n=\frac{3510}{81}$ فإن $n=4$.	01	
التمرين الثالث:(04 نقاط)		1,50
1/ شجرة الاحتمالات. 	1,50	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2/ أ) احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى وتملك هاتفا نقالا هو $p(F\cap S)=\frac{12}{25}$.	0,75	02,5
ب) احتمال أن يكون التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا هو $p(\overline{S})=\frac{2}{5}$	01	
3/ احتمال أن يكون التلميذ المختار ذكرا علما أنّه لا يملك هاتفا نقالا هو $p_{\overline{S}}(H)=\frac{p(H\cap\overline{S})}{p(\overline{S})}=\frac{3}{5}$.	0,75	
<u>التمرين الرابع:</u> (07,5 نقطة)		07,5
I) 1/ تعيين a ، b : $g'(x)=a+\frac{1}{x}$; $a=1$ و $b=1$.	0,75	
2) أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.	2×0,5	
ب) g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ جدول التغيرات .	01	
جـ) إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<1$.	0,75	
د) إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.	0,50	
II) 1/ إثبات أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ f متناقصة تماما على $]0;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$	01	
2/ لدينا $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	01	
3/ التحقق أنّ $f(\alpha)=-\alpha$. – جدول التغيّرات.	0.5 0,25	
4/ رسم المنحنى (C_f)	0,75	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		04
1/ تمثيل السحابة.	0,50	
2/ $G\left(3,5;38,83\right)$ مع التعليم	0,75	
3/ أ) $y=6,09x+17,52$. (نقبل النتائج المقرّبة لقيمتي العددين a و b ؛ و ما يترتب عنهما من حسابات في السؤال 4/.)	01,25	
ب) رسم مستقيم الانحدار.	0,25	
4/ أ) كمية الإنتاج سنة 2020 هي 84510 طن.	0,75	
ب) يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن سنة 2026.	0,50	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		05
1/ $U_1=\frac{23}{7}$ ، $U_2=\frac{113}{49}$.	01	
2/ أ) البرهان بالتراجع.	01	
ب) إثبات أنّ المتتالية متناقصة.	0,75	
جـ) المتتالية متقاربة.	0,50	
3/ أ) $\left(V_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{7}$ و حدها الأول $V_0=4$.	01	
ب) من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=4\left(\frac{4}{7}\right)^n$ و $U_n=4\left(\frac{4}{7}\right)^n+1$.	0,50	
جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$.	0,25	
التمرين الثالث:(04 نقاط)		01
1/ نقل و إتمام الشجرة  	01	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2/ أ) $p(A\cap S)=0,1$ و $p(B\cap S)=0,35$ و $p(C\cap S)=0,24$	01,50	03
ب) $p(S)=0,69$	0,75	
3/ $p_{\overline{S}}(B)=0,48$	0,75	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		07
I/ 1/ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=-4$.	0,50	
2/ دراسة اتجاه التغير: $g'(x)=4+2\ln x$. g متناقصة تماما على المجال $\left]0;e^{-2}\right]$ و متزايدة تماما على المجال $\left[e^{-2};+\infty\right[$. جدول التغيرات.	0,50 0,25	
3/ إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد.	0,50	
4/ إشارة $g(x)$: $+$ 0 $-$ α $+$ $+\infty$	0,50	
II/ 1/ أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ المنحنى يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$	0,50	
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,25	
2/ أ) تبيان أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.	0,50	
ب) دراسة اتجاه التغيّر: الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left]0;\alpha\right]$ و متزايدة تماما على المجال $\left[\alpha;+\infty\right[$. جدول التغيرات.	0,50 0,25	
3/ نقط التقاطع مع محور الفواصل.	0,50	
4/ أ) $(T): y=-2x+2$.	0,50	
ب) الرسم	0,75	
5/ أ) إثبات أن F أصلية للدالة f	0,50	
ب) $A=0,27ua$.	0,50	